

Penggunaan Gambar Rajah Nisbah LQ-Momen dalam Pemilihan Taburan Terbaik (Application of LQ-Moment Ratio Diagram in Selecting the Best Distribution)

ANI BIN SHABRI* & ABDUL AZIZ JEMAIN

ABSTRAK

Kaedah momen merupakan salah satu teknik termudah dan sering digunakan dalam statistik hidrologi. Bagaimanapun, penganggar momen selalunya memberikan kualiti yang rendah dan tidak sebaik penganggar L-momen terutamanya untuk taburan dengan tiga parameter atau lebih. Pada masa kini, banyak kajian analisis frekuensi serantau dalam hidrologi menggunakan gambar rajah nisbah L-momen untuk memilih taburan yang sesuai bagi data hidrologi dan meteorologi. Kelebihan utama gambar rajah nisbah L-momen adalah pemilihan beberapa taburan yang sesuai boleh dilakukan menggunakan satu graf sahaja. Tujuan utama kertas ini untuk melihat kembali LQ-momen dan untuk membangunkan gambar rajah LQ-momen berdasarkan penganggar median. Menggunakan data aliran banjir dari 73 buah stesen dalam Semenanjung Malaysia, kami meninjau kesesuaian pelbagai model kebarangkalian menggunakan gambar rajah nisbah LQ-momen dan dibandingkan dengan gambar rajah nisbah L-momen. Hasil kajian menunjukkan gambar rajah nisbah LQ-momen secara umumnya memberikan keupayaan yang baik sebagaimana gambar rajah nisbah L-momen dalam memilih taburan frekuensi dan ini membuatkan ianya sesuai untuk dijadikan sebagai pilihan yang menarik untuk digunakan dalam analisis frekuensi banjir.

Kata kunci: Frekuensi serantau; gambar rajah nisbah L-momen; L-momen; LQ-momen; Momen

ABSTRACT

The method of moments has been one of the simplest and conventional parameter estimation techniques used in statistical hydrology. However, moment estimates are usually inferior in quality and generally not as efficient as the L-moment estimates, especially for distribution with three or more parameters. Of late, many regional frequency studies in hydrology use the L-moment ratio diagram to select the most appropriate distribution of hydrologic and meteorological data. An advantage of L-moment ratio diagrams is that one can compare the fit of several distributions using a single graphical instrument. The purpose of this paper is to revisit the LQ moments and to develop the LQ-moments ratio diagrams based on median estimator. Using flood-flow data at 73 stations in Peninsular Malaysia, we explored the suitability of various flood frequency models using LQ-moments ratio diagrams compared with L-moments ratio diagrams. The result shows that the new diagrams perform as well as L-moments ratio diagrams for selecting a suitable frequency distributions and makes it an attractive option in flood frequency analysis.

Keywords: L-moments; Moments, L-moment ratio diagrams; LQ-moments; regional frequency

PENGENALAN

Kaedah momen merupakan salah satu kaedah penganggar parameter yang tertua dan digunakan dengan meluas dalam hidrologi statistik. Dalam kaedah ini, parameter taburan diperolehi dengan menyamakan momen sampel dengan momen teori bagi taburan yang sepadan bagi menghasilkan sistem persamaan tak linear yang biasanya boleh diselesaikan dengan mudah. Bagaimanapun, kaedah ini menghasilkan anggaran parameter yang kurang tepat terutamanya apabila saiz sampel kecil dan/atau sistem persamaan yang terhasil melibatkan melibatkan pekali kepencongan atau kurtosis sebagai parameter.

Hosking (1990) telah memperkenalkan kaedah L-momen, yang serupa dengan kaedah momen. Penggunaan teori L-momen begitu meluas digunakan dalam pelbagai bidang seperti dalam kejuruteraan awam, meteorologi dan kejuruteraan (Hosking & Wallis 1997; Vogel &

Fennessey 1993). Kaedah L-momen lebih teguh dan mudah pengiraannya dalam menganggar parameter untuk sebarang taburan berbanding dengan kaedah momen atau kebolehjadian maksimum terutamanya untuk sampel bersaiz kecil. Kelebihan utama L-momen adalah ianya memberikan anggaran parameter yang saksama, lebih tepat dan kurang dipengaruhi oleh data terpencil berbanding kaedah momen biasa (Hosking & Wallis 1997).

Hosking (1990) juga telah memperkenalkan gambar rajah nisbah L-momen yang begitu berguna dalam memilih sesuatu taburan dalam analisis frekuensi banjir serantau. Vogel dan Fennessey (1993) memberikan kajian yang terperinci mengenai kekuatan gambar rajah nisbah L-momen berbanding dengan gambar rajah nisbah momen biasa. Contoh penggunaan gambar rajah nisbah L-momen boleh didapati pada hasil kajian-kajian yang dibuat oleh Vogel et al. (1993), Hosking dan Wallis (1997),

Sankarasubramanian dan Srinivasan (1999); Sveinsson et al. (2002), Kumar et al. (2003), Kjeldsen et al. (2003), Lim dan Lye (2003), Kumar & Chatterjee (2005) dan Atiem dan Harmancioglu (2006).

Mudholkar dan Hutson (1998) telah membangunkan suatu kaedah momen yang mempunyai ciri-ciri yang sama seperti kaedah L-momen yang dikenali sebagai LQ-momen. Mereka telah memperkenalkan kaedah LQ-momen berdasarkan rumus trimin, Gaswirth dan median, dan penganggar quasi-kuantil digunakan untuk mendapatkan anggaran LQ-momen sampel.

Dalam kajian ini kami cuba memperluaskan kembali hasil kajian yang dibuat oleh Mudholkar dan Hutson (1998) dengan membina rumus bagi membangunkan gambar rajah nisbah LQ-momen berasaskan taburan GEV (Generalized extreme value), GL (Generalized Logistic), LN3 (Lognormal 3) dan GP (Generalized Pareto). Penganggar bagi kuantil berdasarkan kuantil tak berparameter diperkenalkan untuk mendapat anggaran bagi LQ-momen sampel. Keupayaan gambar rajah nisbah LQ-momen kemudiannya dibandingkan dengan gambar rajah nisbah L-momen berdasarkan data aliran banjir maksimum tahunan di Semenanjung Malaysia. Pengujian statistik berasaskan nisbah LQ-momen digunakan bagi menentukan taburan terbaik.

TAKRIF L-MOMEN

Katakan x_1, x_2, \dots, x_n adalah sampel rawak bersaiz n daripada populasi selanjur dengan fungsi taburan kumulatif $F(x)$ dan $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ adalah statistik tertib yang berpadanan. L-momen ke- r bagi taburan kebarangkalian ditakrifkan sebagai (Hosking 1990)

$$\lambda_r = \frac{1}{r} \sum_{j=0}^{r-1} (-1)^j \binom{r-1}{j} E[X_{r-j:r}], \quad r = 1, 2, \dots \quad (1)$$

L-momen boleh juga diungkapkan sebagai gabungan linear bagi momen berpembarat kebarangkalian, β_r iaitu:

$$\lambda_{r+1} = \sum_{j=0}^r (-1)^{r-j} \binom{r}{j} \binom{r+j}{j} \beta_j, \quad (2)$$

dengan β_r ditakrifkan sebagai

$$\beta_r = \int_0^1 x(F)^r dF. \quad (3)$$

Penganggar saksama bagi β_r , secara umumnya ditakrifkan sebagai

$$\hat{\beta}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\dots(i-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{i:n}. \quad (4)$$

Empat L-momen yang pertama dalam sebutan β_r , diberikan oleh:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \beta_0, \\ \lambda_2 &= 2\beta_1 - \beta_0, \\ \lambda_3 &= 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0, \\ \lambda_4 &= 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Sebagaimana nisbah momen biasa, pekali variasi, $CV = \sigma/\mu$, kepencongan (CS) dan kurtosis (CK), Hosking (1990) mendefinisikan nisbah L-momen sebagai berikut:

$$\tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \equiv \text{L-pekali varisi (LCV)}, \quad (6)$$

$$\tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \equiv \text{L- kepencongan (LCS) dan} \quad (7)$$

$$\tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \equiv \text{L- kurtosis (LCK)}. \quad (8)$$

LQ-MOMEN

Mudholkar dan Hutson (1998) telah mendefinisikan LQ-momen ke- r , ξ_r sebagai

$$\xi_r = r^{-1} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \tau_{p,\alpha}(X_{r-k:r}), \quad r = 1, 2, \dots \quad (9)$$

dengan

$$\begin{aligned} \tau_{p,\alpha}(X_{r-k:r}) &= pQ_{X_{r-k:r}}(\alpha) + (1-2p)Q_{X_{r-k:r}}(1/2) + pQ_{X_{r-k:r}}(1-\alpha) \\ &= pQ[B_{r-j:r}^{-1}(\alpha)] + (1-2p)Q[B_{r-j:r}^{-1}(1/2)] + pQ[B_{r-j:r}^{-1}(1-\alpha)] \end{aligned} \quad (10)$$

$0 \leq \alpha \leq 1/2$, $0 \leq p \leq 1/2$ dan $B_{r-k:r}^{-1}$ adalah kuantil ke- α bagi pemboleh ubah rawak beta dengan parameter $r-k$ dan $k+1$.

Daripada (1) dan (9) didapati LQ-momen adalah serupa dengan L-momen kecuali jangkaan $E[.]$ bagi (1) digantikan dengan $\tau_{p,\alpha}(\cdot)$ iaitu ukuran lokasi bagi statistik tertib $X_{r-k:r}$. Oleh sebab dalam kajian ini rumus median ($p = 0.5$, $\alpha = 0$) dipertimbangkan, maka (10) boleh ditulis sebagai:

$$\tau_{p,\alpha}(X_{r-k:r}) = Q[B_{r-k:r}^{-1}(1/2)].$$

Empat LQ momen yang pertama bagi pemboleh ubah rawak X bagi persamaan (9) diberikan oleh:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= Q[B_{1:1}^{-1}(1/2)], \\ \xi_2 &= \frac{1}{2} \{Q[B_{2:2}^{-1}(1/2)] - Q[B_{1:2}^{-1}(1/2)]\} \\ \xi_3 &= \frac{1}{3} \{Q[B_{3:3}^{-1}(1/2)] - 2Q[B_{1:2}^{-1}(1/2)] + Q[B_{2:3}^{-1}(1/2)]\} \\ \xi_4 &= \frac{1}{4} \{Q[B_{4:4}^{-1}(1/2)] - 3Q[B_{3:4}^{-1}(1/2)] + 3Q[B_{2:4}^{-1}(1/2)] - Q[B_{1:4}^{-1}(1/2)]\} \end{aligned} \quad (11)$$

Ukuran pekali kepencongan dan kurtosis berdasarkan nisbah LQ-momen disebut LQ-kepencongan dan LQ-kurtosis masing-masing diberikan oleh

$$\eta_3 = \xi_3/\xi_2 \quad \text{dan} \quad \eta_4 = \xi_4/\xi_2 \quad (12)$$

ANGGARAN BAGI LQ-MOMEN

LQ-momen boleh dianggarkan secara terus dengan menggunakan penganggar kuantil berdasarkan statistik tertib dan digabung dengan persamaan (9). LQ-momen sampel ke- r boleh ditulis sebagai

$$\hat{\xi}_r = r^{-1} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{j} \hat{\tau}_{p,\alpha}(X_{r-k:r}), \quad (13)$$

dengan $\hat{\tau}_{p,\alpha}(X_{r-k:r}) = \hat{Q}[B_{r-k:r}^{-1}(1/2)]$.

Anggaran bagi LQ-kepencongan dan LQ-kurtosis masing-masing diberikan oleh

$$\hat{\eta}_3 = \hat{\xi}_3 / \hat{\xi}_2 \quad \text{dan} \quad \hat{\eta}_4 = \hat{\xi}_4 / \hat{\xi}_2 \quad (14)$$

PENGANGGAR KUANTIL

Banyak penganggar kuantil telah dibangunkan dan digunakan dengan meluas dalam statistik (Huang 2001; Huang & Brill 1999). Dalam kertas ini hanya satu rumus kuantil tak berparameter dipertimbangkan bagi menganggar kuantil populasi

$$\hat{Q}(u) = \sum_{i=1}^n \left[n^{-1} K_h \left(\frac{i-1/2}{n} - u \right) \right] x_{i:n}, \quad (15)$$

dengan

$K_h(a) = h^{-1}(a/h)$, $h = [u(1-u)/(n+1)]^{1/2}$ dan $K(t) = [2\pi]^{-1/2} \exp(-\frac{1}{2}t^2)$ (Sheather & Marron 1990).

TABURAN KEBARANGKALIAN

Empat taburan kebarangkalian dengan tiga parameter iaitu taburan GEV (Generalized extreme value), GL (Generalized Logistic), LN3 (Lognormal 3) dan GP (Generalized Pareto) dipertimbangkan dalam kajian ini. Taburan ini dipilih kerana ianya merupakan taburan yang paling kerap digunakan dalam analisis frekuensi banjir banjir di beberapa buah negara (Atiem & Harmancioglu 2006; Hosking & Wallis, 1997; Kumar et al. 2003; Lim & Lye 2003; Vogel et al. 1993). Fungsi taburan kumulatif, fungsi taburan songsangan dan nisbah L-momen bagi taburan kajian ditunjukkan dalam Jadual 1.

GAMBAR RAJAH NISBAH L-MOMEN DAN LQ-MOMEN

Rajah nisbah L-momen telah diperkenalkan oleh Hosking (1990) bagi menggambarkan hubungan antara LCS dan LCK (atau LQCS dan LQCK). Di atas rajah LCS melawan LCK, setiap taburan dengan tiga parameter dapat digambarkan sebagai satu keluk garisan. Rajah nisbah L-momen boleh digunakan untuk membandingkan anggaran sampel L-momen dan L-momen teori dan menentukan taburan terbaik dipadankan dengan data di setiap stesen. Kelebihan utama rajah ini adalah sesuatu set cerapan data boleh diuji kesesuaiannya dengan beberapa taburan menggunakan hanya satu gambar rajah.

GAMBAR RAJAH NISBAH L-MOMEN

Hubungan antara τ_3 dan τ_3 bagi taburan kajian diperolehi oleh Hosking (1990) seperti yang ditunjukkan Jadual

1 digunakan bagi membina gambar rajah nisbah L-momen.

RAJAH NISBAH LQ-MOMEN

Bagi membina gambar rajah nisbah LQ-momen, hubungan antara η_3 dan η_4 sesuatu taburan digunakan. Nisbah LQ-momen boleh ditulis sebagai:

$$\eta_3 = \frac{2\{Q_0(0.794) - 2Q_0(0.5) + Q_0(0.206)\}}{3\{Q_0(0.707) - Q_0(0.293)\}}$$

$$\eta_4 = \frac{\{Q_0(0.841) - 3Q_0(0.614) + 3Q_0(0.386) - Q_0(0.159)\}}{2\{Q_0(0.707) - Q_0(0.293)\}}$$

dengan $Q_0(F)$ untuk setiap taburan seperti pada Jadual 1.

Oleh sebab η_3 dan η_4 hanya bersandar kepada nilai k , maka hubungan antara nilai η_3 dan η_4 dapat dibina iaitu dengan menetapkan nilai k supaya nilai η_{43} berada dalam julat -1 dan 1 . Ungkapan η_4 sebagai fungsi bagi η_3 dapat diungkapkan dalam bentuk penghampiran polinomial peringkat ke-8 berikut:

$$\hat{\eta}_4 = \sum_{j=0}^8 W_j \eta_3^j.$$

Penghampiran polinomial bagi η_4 dalam sebutan η_3 untuk taburan ditunjukkan dalam Jadual 2.

RALAT MUTLAK

Ukuran ralat mutlak (MRM) digunakan dalam kajian ini untuk menguji kesesuaian taburan dipadankan dengan data. RM untuk kaedah L-momen dan LQ-momen masing-masing ditakrifkan sebagai:

$$RM_i | \tau_4[\tau_3(i)] - \hat{\tau}_4(i) \quad \text{atau} \quad RM_i | \eta_4[\eta_3(i)] - \hat{\eta}_4(i)$$

dengan $\tau_4[t_3(i)]$ adalah L-kurtosis teori pada nilai L-kepencongan sampel di stesen i , $t_3(i)$ dan $t_4(i)$ adalah L-kurtosis yang berpadanan dengan L-kurtosis teori $\eta_4[\eta_3(i)]$ adalah LQ-kurtosis teori pada nilai LQ-kepencongan sampel di stesen i , $\eta_3(i)$ dan $\eta_4(i)$ adalah LQ-kurtosis yang berpadanan dengan LQ-kurtosis sampel yang berpadanan dengan LQ-kurtosis teori. Taburan yang menghasilkan nilai RM terkecil adalah taburan terbaik dipadankan dengan data di setiap stesen.

DATA KAJIAN

Dalam kajian ini data aliran sungai tahunan maksimum di Semenanjung Malaysia diperolehi daripada Jabatan Perparitan dan Saliran Malaysia dipertimbangkan. Sebanyak 73 stesen dengan rekod bersaiz 15 hingga 43 tahun digunakan. Statistik ikhtisar seperti min aliran banjir, pekali kepencongan (Cs) dan kurtosis (Ck) berasaskan

JADUAL 1. Fungsi taburan, kuantil bagi taburan, L-kepencongan τ_3 dan L-kurtosis, τ_4

Fungsi Taburan	Kuantil Bagi taburan $Q(F) = \omega + \delta Q_0(F)$	L-Kepencongan τ_3 L-Kurtosis, τ_4
GEV $F(x) = \exp \left\{ - \left[1 - k \left(\frac{x - \omega}{\delta} \right) \right]^{\frac{1}{k}} \right\}$	$Q_0(F) = \frac{1}{k} \left\{ 1 - (-\ln F)^k \right\}$	$\tau_3 = \frac{2(1 - 3^{-k})}{(1 - 2^{-k})} - 3$ $\tau_4 = \frac{(1 - 6(2^{-k}) + 10(3^{-k}) - 5(4^{-k}))}{(1 - 2^{-k})}$
GL $F(x) = \left[1 + \left[1 + \left\{ 1 - \frac{k}{\delta} (x - \omega) \right\}^{\frac{1}{k}} \right] \right]^{-1}$	$Q_0(F) = \frac{1}{k} \left\{ 1 - \left(\frac{1 - F}{F} \right)^k \right\}$	$\tau_3 = -k$ $\tau_4 = \frac{1 + 5k^2}{6}$
GP $F(x) = 1 - \left\{ 1 - \frac{k}{\delta} (x - \omega) \right\}^{\frac{1}{k}}$	$Q_0(F) = \frac{1}{k} \left\{ 1 - (1 - p)^k \right\}$	$\tau_3 = \frac{(1 - k)}{(3 + k)}$ $\tau_4 = \frac{(1 - k)(2 - k)}{(3 + k)(4 + k)}$
LN3 $F(x) = \Phi \left\{ \frac{\ln(x - \omega) - \delta}{k} \right\}$	$Q_0(F) = \exp \{ k \Phi^{-1}(F) \}$	$\tau_3 = \frac{6\pi^{-1/2} \int_0^{\delta} \operatorname{erf}(x/\sqrt{3}) \exp(-x^2) dx}{\operatorname{erf}(\delta/2)}$ $\tau_4 = 0.12282 + 0.77518\tau_3^2 + 0.12279\tau_3^4 - 0.13636\tau_3^6 + 0.11368\tau_3^8$

* $\Phi(\cdot)$ adalah fungsi taburan kumulatif bagi taburan normal piawai
 $\Phi^{-1}(\cdot)$ adalah fungsi taburan normal piawai songsang

JADUAL 2. Penghampiran polinomial bagi η_4 sebagai fungsi bagi η_3

Taburan	GEV	GL	LN3	GP
W_0	0.10515	0.15260	0.11628	-0.00464
W_1	0.11217	0.0	0.0	0.23021
W_2	0.81497	0.82311	0.80113	0.82549
W_3	-0.00707	0.0	0.0	-0.02245
W_4	-0.03477	-0.03504	-0.03478	-0.03174
W_5	0.00481	0.0	0.0	0.01066
W_6	0.00227	0.00338	0.00231	-0.00084
W_7	-0.00046	0.0	0.0	-0.00003
W_8	0.00013	-0.00010	0.00019	0.00033

L-momen dan LQ-momen bagi setiap stesen dapat ditunjukkan dalam Jadual 3.

HASIL KAJIAN

HASIL KAJIAN BERDASARKAN GAMBAR RAJAH L-MOMEN

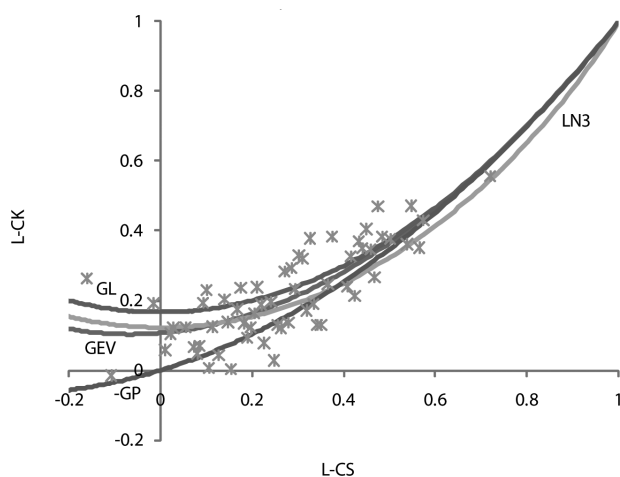
Hanya stesen yang mempunyai cerapan data melebihi 15 tahun digunakan dalam kajian ini bagi mengelakkan ralat yang disebabkan rekod data yang terlalu pendek. Nilai τ_3

dan τ_4 bagi data banjir untuk setiap stesen diplotkan dalam Rajah 1 bersama-sama keluk taburan GEV, GL, LN3 dan GP. Sebahagian daripada nilai τ_3 dan τ_4 bagi siri data banjir didapati berada di atas garis lengkungan taburan LN3 dan GEV dan sebahagian lagi berada di bawah lengkungan garisan tersebut. Rajah nisbah L-momen yang ditunjukkan dalam Rajah 1 didapati agak sukar bagi menentukan taburan yang terbaik dipadankan dengan data keseluruhan kajian.

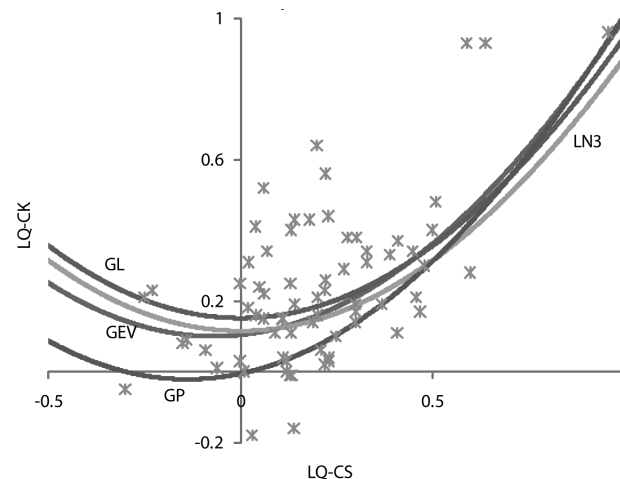
Rajah 2 menunjukkan taburan η_3 dan η_4 bagi data aliran banjir diplotkan bersama-sama keluk garisan GEV, GL, LN3 dan GP berdasarkan kaedah LQ-momen. Keluk gambar rajah LQ-momen untuk taburan kajian hampir sama dengan keluk gambar rajah L-momen. Nilai η_3 dan η_4 bagi data sampel kebanyakan tertabur di atas garis lengkungan taburan GL, ini menunjukkan taburan GL adalah taburan terbaik dipadankan dengan data aliran banjir di seluruh Semenanjung Malaysia.

HASIL ANALISIS STATISTIK RM

Nilai ralat mutlak (RM) untuk kaedah L-momen dan LQ-momen untuk setiap data keseluruhan Semenanjung Malaysia dikira untuk setiap taburan. Empat taburan kemudiannya disusun mengikut nilai statistik RM dengan skala 1 hingga 4, dengan 1 menggambarkan taburan terbaik dipadankan dengan data. Kedudukan taburan kebarangkalian terbaik berdasarkan sebutan RM dapat ringkaskan seperti ditunjukkan dalam Jadual 4.



RAJAH 1. Rajah nisbah L-Momen bagi taburan data aliran maksimum tahunan di Seluruh Semenanjung Malaysia



RAJAH 2. Rajah nisbah LQ-Momen bagi taburan data aliran maksimum tahunan di Seluruh Semenanjung Malaysia

JADUAL 3. Ciri-ciri kawasan tadahan dan statistik ikhtisar bagi aliran banjir maksimum tahunan Sungai di Semenanjung Malaysia

Stn	No. Stesen	Nama Sungai	Saiz Data	Luas Kw Tadahan	Tinggi	Lat.	Long.	Min	Pekali Variasi	Pekali Kepencengan	Pekali Kurtosis
1	1732401	Madiriono	16	1.8	13.00	1.41	103.16	1.21	0.587	1.076	4.068
2	1737451	Johor	38	1130.0	10.00	1.46	103.44	238.95	0.693	1.372	4.442
3	1836402	Sayong	26	624.0	15.00	1.48	103.40	96.73	0.617	1.885	6.824
4	2130422	Bekok	30	350.0	9.00	2.07	103.02	35.29	0.617	0.373	2.667
5	2235401	Kahang	25	587.0	15.00	2.15	103.35	444.44	0.711	1.301	4.114
6	2237471	Lenggong	42	207.0	16.00	2.15	103.44	178.15	1.124	2.847	10.927
7	2527411	Muar	37	3130.0	15.24	2.33	102.45	208.83	0.452	1.736	7.210
8	2528414	Segamat	37	658.0	13.00	2.30	102.49	279.05	1.285	2.759	11.856
9	2224432	Kesang	43	161.0	7.00	2.17	102.29	15.16	0.563	2.393	9.064
10	2322413	Melaka	42	350.0	5.00	2.20	102.15	53.54	0.412	1.398	6.392
11	2322415	Du.Tunggal	28	72.5	8.00	2.19	102.17	11.29	0.617	1.158	5.028
12	2519421	Linggi	43	523.0	10.00	2.30	101.58	74.92	0.456	2.941	14.457
13	2520423	Pedang	41	111.0	14.00	2.31	102.30	28.98	0.563	0.841	4.610
14	2524416	Gemenceh	37	114.0	47.00	2.33	102.25	22.65	1.004	2.738	11.151
15	2619401	Linggi	17	230.0	35.94	2.41	101.55	34.16	0.360	0.951	4.537
16	2625412	Muar	29	1210.0	32.00	2.38	102.32	141.50	0.920	3.962	21.333
17	2722413	Muar	41	370.0	82.00	2.42	102.30	34.80	1.350	5.171	32.330
18	2723401	Kepis	22	21.0	26.00	2.42	102.21	17.66	0.761	2.116	8.166
19	2920432	Triang	41	228.0	122.0	2.56	102.05	48.29	1.973	3.824	18.284
20	3022431	Triang	38	904.0	70.00	3.04	102.13	64.27	0.627	1.827	7.698
21	3116430	Klang	30	468.0	32.00	3.08	101.41	89.10	0.462	1.862	7.299
22	3116433	Gombak	42	122.0	32.00	3.10	101.41	29.77	0.878	3.078	14.199
23	3116434	Batu	43	145.0	34.00	3.10	101.41	34.40	0.693	1.928	7.242
24	3117402	Klang	17	160.0	33.00	3.09	101.43	32.28	0.838	1.573	5.349
25	2816441	Langat	43	1240.0	7.00	2.51	101.41	176.37	0.665	1.991	8.317
26	2917401	Langat	25	380.0	21.00	2.59	101.47	48.83	0.756	3.557	17.564
27	2918401	Semenyih	28	225.0	21.00	2.54	101.49	20.48	0.477	0.450	2.963
28	3118445	Lui	38	68.1	77.00	2.56	101.50	10.18	0.983	4.670	27.993
29	3414421	Selangor	43	1450.0	8.00	3.24	101.26	203.56	0.253	1.049	5.716
30	3516422	Selangor	40	321.0	35.00	3.30	101.38	52.70	0.462	0.467	3.450
31	3615412	Bernam	43	186.0	41.00	3.40	101.31	40.98	0.338	0.438	4.298
32	3813411	Bernam	41	1090.0	19.00	3.48	101.21	194.64	0.427	2.584	12.294
33	3424411	Pahang	37	19000	31.00	3.26	102.25	2887.0	0.516	0.799	3.071
34	3519426	Bentong	33	241.0	90.00	3.30	101.54	52.24	0.519	1.769	7.054
35	3527410	Pahang	26	25600	37.00	3.30	102.45	2780.7	0.522	0.417	3.148

bersambung

Sambungan (JADUAL 3)

Stn	No. Stesen	Nama Sungai	Saiz Data	Luas Kw Tadahan	Tinggi	Lat.	Long.	Min	Pekali Variasi	Pekali Kepencongan	Pekali Kurtosis
36	3629403	Lepar	30	560.0	34.00	3.41	102.58	178.12	0.652	0.782	2.476
37	3930401	Kuantan	22	585.0	21.00	3.55	103.30	728.05	0.835	1.286	4.730
38	4019462	Lipis	38	1670.00	76.00	4.01	101.57	230.96	0.486	2.302	10.752
39	4023412	Pahang	31	13200.00	65.00	4.01	102.19	2826.00	0.586	0.516	2.424
40	4121413	Jelai	25	7320.00	75.00	4.11	102.08	705.18	0.288	-0.346	2.066
41	4320401	Kecau	18	497.00	75.00	4.19	102.03	173.92	0.469	0.824	4.071
42	3913458	Sungkai	39	289.00	39.00	3.59	101.70	57.29	0.399	0.791	3.251
43	4012401	Bidor	23	210.00	27.11	4.04	101.14	60.60	0.368	0.979	3.684
44	4111455	Padang	42	445.00	18.00	4.08	101.08	76.44	0.277	-1.400	6.672
45	4212467	Cendering	32	119.00	32.52	4.13	101.13	25.38	0.517	0.755	3.002
46	4310401	Kinta	27	1700.00	15.00	4.19	101.04	252.92	0.215	0.240	2.979
47	4311464	Kampar	25	432.00	16.00	4.20	101.06	79.27	0.280	0.372	3.639
48	4511468	Raja	19	192.00	45.12	4.32	101.08	28.46	0.526	2.538	10.552
49	4610466	Pari	42	245.00	37.00	4.36	101.04	59.45	0.533	0.833	4.624
50	4611463	Kinta	42	246.00	69.00	4.40	101.09	40.37	0.505	0.917	3.318
51	4809443	Perak	43	7770.00	45.00	4.49	100.57	856.56	1.013	3.931	21.945
52	4911445	Plus	35	1090.00	54.00	4.56	101.06	115.49	0.395	0.992	3.717
53	5007421	Kurau	43	337.00	15.00	5.00	100.43	68.00	0.428	-0.078	3.426
54	5106433	Ijok	42	216.00	15.00	5.08	100.41	50.39	0.546	1.344	5.508
55	5206432	Krian	39	629.00	14.00	5.13	100.41	134.91	0.334	1.067	4.356
56	5606410	Muda	29	3330.00	55.00	5.36	100.37	577.94	0.466	0.370	2.242
57	5806414	Muda	40	1710.00	30.00	5.49	100.37	256.48	0.630	3.156	17.402
58	5405421	Kulim	41	129.00	9.00	5.26	100.30	31.42	0.327	0.606	3.195
59	5505412	Muda	43	4010.00	15.00	5.31	100.34	523.98	0.417	0.612	2.977
60	6502401	Jerneh	27	23.50	20.00	6.32	100.51	2.43	0.661	1.983	7.631
61	6502432	Tasoh	20	126.00	22.00	6.35	100.12	14.97	0.457	2.661	12.112
62	6503401	Arau	19	20.60	80.00	6.30	100.21	10.15	0.453	1.088	4.828
63	4232452	Kemaman	27	626.00	15.00	4.16	103.11	354.27	0.538	0.133	2.637
64	4832441	Dungun	29	1480.00	15.00	4.50	103.12	4831.00	1.230	2.180	6.861
65	5129437	Telemong	22	160.00	24.00	5.10	102.54	149.46	0.811	1.876	8.031
66	5130432	Trengganu	40	3340.00	12.00	5.08	103.02	2347.00	0.668	0.827	2.909
67	5229436	Nerus	22	393.00	15.00	5.17	102.55	377.22	0.557	0.744	3.215
68	5428401	Chalok	23	20.50	15.00	5.26	102.50	34.73	0.509	0.838	3.595
69	5222452	Lebir	25	2430.00	31.00	5.16	102.16	1394.00	0.601	0.507	2.698
70	5320443	Galas	28	7770.00	15.00	5.22	102.00	3165.00	0.761	2.371	9.067
71	5721442	Kelantan	43	11900.00	26.00	5.45	102.09	6490.00	0.799	1.573	5.483
72	6019411	Golok	39	761.00	11.00	6.01	101.58	345.66	0.414	0.567	3.957
73	6022421	Kemasin	29	47.90	4.00	6.01	102.17	63.37	0.618	1.263	4.105

JADUAL 4. Kedudukan kesesuaian taburan dipadankan dengan data aliran banjir tahunan maksimum di Seluruh Semenanjung Malaysia

Taburan	Kaedah L-Momen				Kaedah LQ-Momen			
	Bilangan Kedudukan Taburan				Bilangan Kedudukan Taburan			
	1	2	3	4	1	2	3	4
GEV	10	37	25	1	10	31	27	5
GL	30	4	10	29	32	5	13	23
LN3	10	28	33	2	8	32	28	5
GP	23	4	5	41	23	5	5	40

Hasil analisis berdasarkan kaedah L-momen, menunjukkan bahawa taburan GL memberikan perpadanan yang terbaik dipadankan dengan data sebanyak 30 buah stesen diikuti oleh taburan GP sebanyak 23 stesen, GEV dan LN3, masing-masing 10 buah stesen. Kedudukan taburan kedua terbaik tertinggi adalah taburan GEV, diikuti oleh taburan LN3, GL atau GP. Taburan LN3 dan taburan GP masing-masing didapati menghasilkan kesesuaian tertinggi pada kedudukan ke-3 dan kedudukan ke-4.

Keputusan yang hampir sama juga diperolehi berdasarkan kaedah LQ-momen. Taburan GL juga memberikan kedudukan perpadanan terbaik tertinggi diikuti oleh taburan GP, GEV dan LN3. Taburan LN3 didapati memberikan kesesuaian tertinggi pada kedudukan ke-2 dan ke-3, manakala GP tertinggi untuk kedudukan ke-4.

KESIMPULAN

Tujuan utama kajian ini adalah untuk melihat keupayaan kaedah LQ-momen dalam menentukan taburan yang terbaik yang dapat dipadankan dengan data aliran tahunan maksimum di Semenanjung Malaysia. Nisbah LQ-momen berdasarkan rumus median bagi taburan GEV, GL, LN3, GP dan P3 dibangunkan dan gambarajah nisbah LQ-momen dibina bagi menentukan taburan terbaik berdasarkan pemerhatian. Pengujian statistik ralat mutlak (MR) digunakan bagi menentukan dan mengesahkan taburan kebarangkalian yang terbaik yang dapat dipadankan dengan data.

Hasil analisis pemilihan taburan terbaik yang dibuat berdasarkan nisbah LQ-momen dibandingkan dengan nisbah L-momen mendapati kedua-dua momen memberikan hasil keputusan yang hampir sama iaitu taburan GL didapati sesuai digunakan untuk dipadankan dengan data aliran tahunan maksimum di Semenanjung Malaysia.

Hasil kajian ini mendapati rumus nisbah LQ-momen bagi taburan dengan tiga parameter lebih ringkas dan menghasilkan hasil yang hampir sama berbanding nisbah L-momen, menjadikannya kaedah alternatif bagi menentukan taburan terbaik untuk dipadankan dengan data.

RUJUKAN

- Atiem, I.A. & Harmancioglu, N.B. 2006. Assessment of regional floods using L-Moments approach: the case of the river Nile. *Water Resources Management* 20: 723-747.
- Hosking, J.R.M. 1990. L-Moments analysis and estimation of distributions using linear combination of order statistics. *Journal of Statistics Society B* 52: 105-124.
- Hosking, J.R.M. & Wallis, J.R. 1997. *Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-Moments*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Huang, M.L. 2001. On a Distribution-Free quantile estimator. *Computational Statistics & Data Analysis* 37: 477-486.
- Huang, M.L. & Brill, P. 1999. A level crossing quantile estimation method. *Statistics & Probability Letters* 45: 111-119.
- Kjeldsen, T.R., Smithers, J.C. & Schulze, R.E. 2002. Regional flood frequency analysis in the KwaZulu-Natal province, South Africa, using the index-flood method. *Journal of Hydrology* 255(1):194-211.
- Kumar, R. & Chatterjee, C. 2005. Regional flood frequency analysis using L-Moments for North Brahmaputra region of India. *Journal of Hydrologic Engineering* 10(1): 1-7.
- Kumar, R., Chatterjee, C., Kumar, S., Lohani, A.K. & Singh, R.D. 2003. Development of Regional Flood Frequency Relationships using L-moments for Middle Ganga Plains Subzone 1(f) of India. *Water Resour. Manage.* 1: 243-257.
- Lim, Y.H. & Lye, L.M. 2003. Regional flood estimation for ungauged basins in Sarawak, Malaysia. *Hydrological Sciences* 48(1): 79-94.
- Mudholkar, G.S. & Hutson, A.D. 1998. LQ-Moments: Analogs of L-Moments. *Journal of Statistical Planning and Inference* 71: 191-208.
- Sankarasubramanian, A. & Srinivasan, K. 1999. Investigation and comparison of sampling properties of L-Moments and conventional moments. *Journal of Hydrology* 218: 13-24.
- Sheather, S.J. & Marron, J.S. 1990. Kernel quantile estimators. *Journal of the American Statistical Association* 85: 410-416.
- Sveinsson, G.B., Salas, J.D., ASCE, M. & Boes, D.C. 2002. Regional frequency analysis of Extreme Precipitation in Northeastern Colorado and Fort Collins Flood of 1997. *Journal Hydrologic Engineering* 7: 49-63.
- Vogel, R.M. & Fennessey, N.M. 1993. L-Moment diagrams should replace product moment diagrams. *Water Resources Research* 29(6): 1745-1752.
- Vogel, R.M., Thomas, W.O. & McMahon. 1993. Flood flow Frequency Model Selection in Southwestern U.S.A., *J. Water Resour. Plan. Mgmt ASCE* 119(3): 353-366.

Ani bin Shabri*

Jabatan Matematik

Fakulti Sains

Universiti Teknologi Malaysia

81310 UTM Skudai, Johor

Malaysia

Abdul Aziz Jemain

Pusat Pengajian Sains Matematik

Fakulti Sains dan Teknologi

Universiti Kebangsaan Malaysia

43600 UKM Bangi, Selangor D.E.

Malaysia

*Pengarang untuk surat-menyurat; email: ani@utm.my

Diserahkan: 3 Julai 2009

Diterima: 21 Januari 2010